Pythagoras

Aufgaben (Aufgabenbuch: *Geometrie 1, Deutschschweizer Mathematikkommission)* Seite 70 - 88

1. Satz von Pythagoras

Definition

Die längste Seite eines rechtwinkligen Dreiecks heisst **Hypotenuse**.

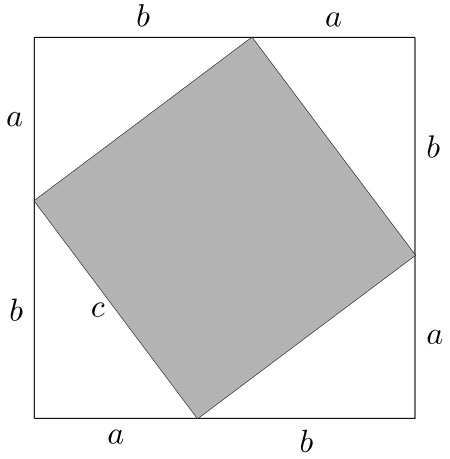
Die beiden kürzeren Seiten heissen **Katheten**.

Beispiel Quadrat mit Seiten $a+b$.

(1) Begründe weshalb das graue Viereck ein Quadrat ist.

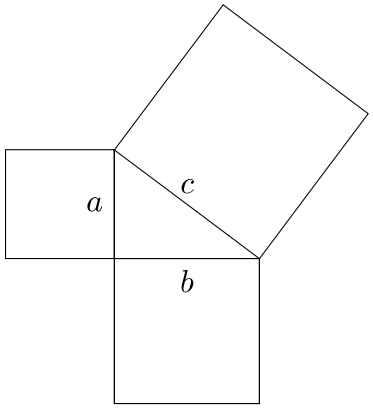
(2) Drücke die Fläche eines Dreiecks mit Katheten a, b mit Hilfe von a und b aus.

(3) Drücke die Fläche des grauen Quadrats c^2 mit Hilfe von a und b aus.



Satz von Pythagoras

In jedem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Kathetenquadrate gleich dem Hypotenusenquadrat, das heisst:



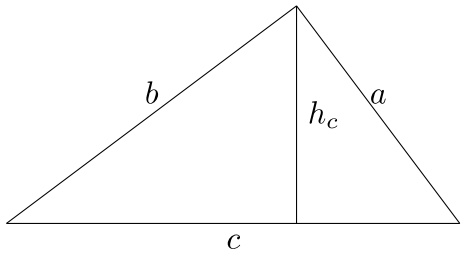
Der Satz von Pythagoras gilt auch umgekehrt:

Satz (Umkehrung des Satzes von Pythagoras)

Wenn in einem Dreieck mit Seitenlängen *a*, *b* und *c* (wobei *c* die längste Seite ist) $a^2+b^2=c^2$ gilt, dann ist das Dreieck rechtwinklig, wobei der rechte Winkel der Seite mit der Länge *c* gegenüber liegt.

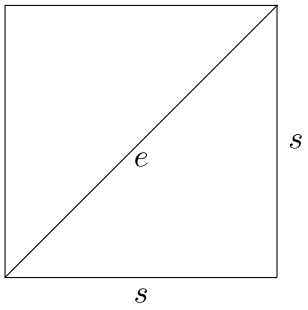
Bemerkung Mit diesem Satz (Umkehrung des Satzes von Pythagoras) kann man anhand der Seitenlängen überprüfen ob eine Dreieck rechtwinklig ist.

Höhe in einem rechtwinkligen Dreieck



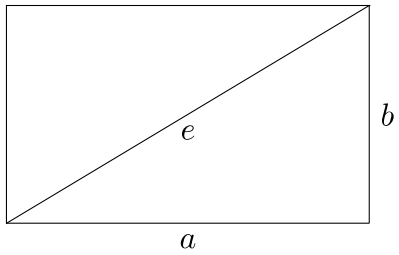
Drücke h_c mit Hilfe von Seitenlängen a, b, c aus.

Diagonale eines Quadrates



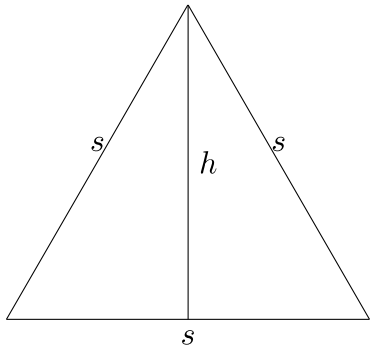
Drücke Diagonale e mit Hilfe von Seitenlänge s aus.

Diagonale eines Rechtecks



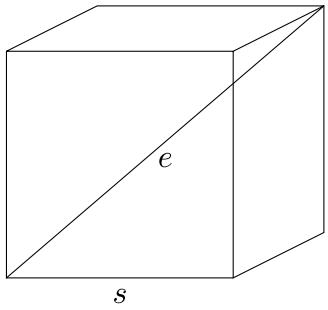
Bestimme die Diagonale e des Rechtecks mit Seiten a, b.

Höhe und Fläche eines gleichseitigen Dreiecks



Bestimme die Höhe h und die Fläche A des gleichseitigen Dreiecks mit Hilfe der Seitenlänge s.

Diagonale eines Würfels



Bestimme die Diagonale e mit Hilfe der Seitenlänge s des Würfels.

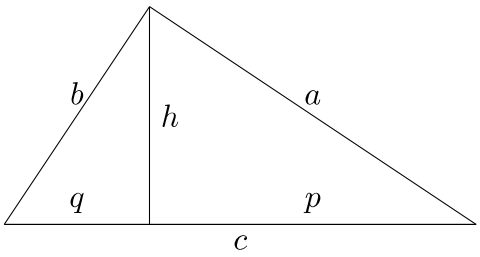
2. Höhensatz

Beispiel Dreieck mit Seiten a, b, c und Achsenabschnitten p, q.

(1) Drücke a^2 und b^2 mit Hilfe von h, p und q aus (verwende Pythagoras).

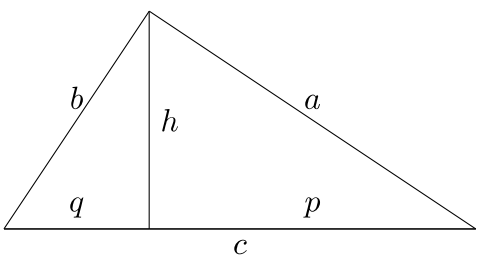
(2) Drücke c^2 mit Hilfe von p und q aus (verwende binomische Formel).

(3) Setze die Resultate von oben für a^2, b^2 und c^2 in den pythagoreischen Lehrsatz für das Dreieck mit Seiten a, b, c ein.



Höhensatz

In einem rechtwinkligen Dreieck teilt die zur Hypotenuse gehörende Höhe h die Hypotenuse in zwei Abschnitte p und q. Das Quadrat der Höhe h ist gleich dem Produkt der Abschnitte p, q. Das heisst:



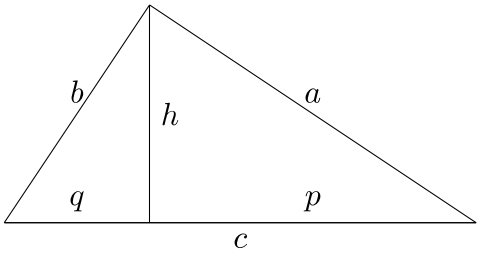
3. Kathetensatz

Beispiel Dreieck mit Seiten a, b, c und Achsenabschnitten p, q.

(1) Drücke a^2 mit Hilfe von h und p aus (verwende Pythagoras).

(2) Ersetze h in der Gleichung oben mit Hilfe des Höhensatzes und klammere p aus.

(3) Mache dasselbe wie oben für b^2.



Kathetensatz

In einem rechtwinkligen Dreieck teilt die zur Hypotenuse gehörende Höhe h die Hypotenuse in zwei Abschnitte p und q. Das Quadrat über einer Kathete ist gleich gross wie das Rechteck aus der Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenusenabschnitt. Das heisst:

